Über das Poiseuillesche Gesetz und seine Gültigkeit.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

hohen philosophischen Fakultät

der

Friedrich-Alexanders-Universität zu Erlangen

ACAD. LUGD BAT. BIBL.

vorgelegt von

Hans Pauschmann

aus Landshut.

Tag der mündlichen Prüfung: 26. Mai 1909.

Erlangen.

K. B. Hof- und Universitätsbuchdruckerei von Junge & Sohn.

1909.

219

Gedruckt mit Genehmigung der hohen philosophischen Fakultät der Universität Erlangen.

Referent und Dekan: Herr Professor Dr. E. Wiedemann.

Meinem Vater gewidmet.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41549828_0055

In der vorliegenden Arbeit soll im Anschluß an ältere untersucht werden, inwieweit das Poiseuille-sche Gesetz die Vorgänge der inneren Reibung der Flüssigkeiten darstellt.

Historisches.

Für die Größe der inneren Reibung bei Flüssigkeiten hat Newton[1]) die Hypothese aufgestellt, daß die Reibung zweier benachbarten Schichten proportional ist der Geschwindigkeitsdifferenz der Schichten, der Größe der reibenden Schicht, und daß sie vom Druck unabhängig ist. Im Anschluß an die Newton-sche Behandlung haben dann Hagen, Ed. Hagenbach und O. E. Meyer den Begriff des Geschwindigkeitsgefälles benutzt. Man erhält für die Reibungskraft:

$$R = -\eta \cdot f \cdot \frac{\partial u}{dz},$$

wobei die Reibungsfläche, $\frac{\partial u}{dz}$ das Geschwindigkeitsgefälle ist. Die in diesem Ausdruck auftretende Konstante η wird nach O. E. Meyer[2]) die Konstante der inneren Reibung genannt.

Zu ihrer Bestimmung wurden u. a. folgende Methoden angewandt.

---

[1]) Is. Newton, Phil. nat. princ. math. Lib. II, sect. IX, 1687.

[2]) O. E. Meyer, Pogg. Ann. 113. 1861 p. 70.

1. Methode der schwingenden Platten.

Nachdem Newton[1]) für den Widerstand, welchen eine in Luft schwingende Kugel erfährt, sich einer Formel bedient hatte, die aus drei Ausdrücken zusammengesetzt war, deren erster das Quadrat der Geschwindigkeit, deren zweiter die $\frac{3}{2}$-Potenz derselben und deren dritter die einfache Geschwindigkeit enthält, stellte D. Bernouilli[2]) unter Zugrundelegung der Schwingungsbeobachtungen Newtons einen aus zwei Gliedern bestehenden Ausdruck auf, dessen eines das Quadrat der Geschwindigkeit enthält, dessen anderes konstant ist. S'Gravesande[3]) fand darauf, daß der Druck einer bewegten Flüssigkeit auf einen ruhenden Körper zum Teil der einfachen Geschwindigkeit, zum Teil dem Quadrat derselben proportional ist. Befindet sich aber die Flüssigkeit in Ruhe und der Körper in Bewegung, so tritt der Fall des Pendels ein; dann ist der Widerstand nach demselben Verfasser (§ 1975) zum Teil proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit, zum Teil einer konstanten Größe.

Später ließ Coulomb[4]) eine Platte in einem zylindrischen, mit Wasser gefüllten Gefäß schwingen und fand, daß der Widerstand, den sie erleidet, sich durch zwei Ausdrücke darstellen läßt, deren erster der einfachen Geschwindigkeit, deren zweiter dem Quadrat derselben proportional ist. Ferner ließ er den Körper in verschiedenen Tiefen Schwingungen ausführen und fand dabei keine Änderung in der Abnahme der Schwingungen.

---

[1]) J. Newton, Phil. nat. princ. math. Lib. II, sect. IX.

[2]) D. Bernouilli (t. III, V, Mém. de Petersbourg).

[3]) S'Gravesande, Elémens de physique § 1911.

[4]) Coulomb, Mém. de l'Inst. III, 296. 1802.

O. E. Meyer[1]) vervollkommnete 1861 die Coulombsche Methode, indem er auf einer Achse zwei Scheiben parallel anbrachte, deren eine in der Flüssigkeit, deren andere in der Luft Schwingungen ausführte. Jedoch ergaben seine Versuche im Vergleich zu den nach der Poiseuilleschen Methode (s. w. u.) erhaltenen Resultaten noch zu große Werte für den Koeffizienten der inneren Reibung.

Geringere Abweichungen erhielt W. König[2]). Er wendete statt drehender Scheiben drehende Kugeln an und fand für die innere Reibung bei Wasser einen Wert, der um nicht ganz $1\,^0/_0$ von dem mittels der Ausflußmethode erhaltenen Werte des Reibungskoeffizienten abwich. Für andere Substanzen waren die Abweichungen erheblicher.

2. Methode von Helmholtz und Piotrowski[3])

Bei dieser Methode wird die innere Reibung dadurch bestimmt, daß die Schwingungen einer mit Flüssigkeit gefüllten Kugel beobachtet werden.

Auf eine andere Methode, bei der eine Flüssigkeit in weiten U-Röhren schwingt und bei der die Abnahme der Schwingungen beobachtet wird, sei hier nur kurz hingewiesen[4]).

---

[1]) O. E. Meyer, Wied. Ann. 32, p. 642. 1887.

[2]) W. König, Wied. Ann. Bd. 25, p. 618. 1885; 32, p. 194. 1887.

[3]) Helmholtz und Piotrowski, Wien. Ber. Bd. 50, p. 107. 1860.

[4]) Lambert, Mém. d'Ac. de Berl. 1784.

3. Methode nach Couette[1]).

Innerhalb eines mit konstanter Geschwindigkeit rotierenden Kupferzylinders befindet sich ein zweiter an einem Torsionskopf aufgehängter Zylinder, dessen Oberfläche durch zwei feste Schutzzylinder verlängert wird. Die durch die in Bewegung gesetzte Flüssigkeit zwischen beiden Zylindern bewirkte Drehung des inneren Zylinders wird durch Torsion eines Aufhängedrahtes kompensiert und dann eine von Navier abgeleitete Formel benutzt, um η, den Reibungskoeffizienten, zu bestimmen:

$$\eta = k \cdot \frac{(R_1^2 - R_0^2)\, T}{24 \cdot \pi \cdot h \cdot R_0^2 R_1^2 N},$$

wobei T der Torsionswinkel, N die Umdrehungszahl pro Minute, k der Torsionskoeffizient des Drahtes, R_0 der Halbmesser des äußeren, R_1 der Radius des inneren Zylinders, h der Abstand des Bodens des inneren Zylinders vom Niveau der Flüssigkeit ist.

4. Methode der fallenden Kugeln.

Gl. Jones[2]) bestimmte die innere Reibung auf Grund der Geschwindigkeit, welche ein im Innern der Flüssigkeit niederfallendes Kügelchen erlangt, nach der Formel:

$$v = \frac{2}{9} g \cdot r^2 \cdot \frac{\sigma - \varrho}{\eta},$$

wenn r der Radius, σ die Dichte des Kügelchen, ϱ diejenige der Flüssigkeit bedeutet. Als Fallkugeln benützte er Quecksilberkügelchen.

---

[1]) Couette: „sur un nouvel appareil pour l'étude du frottement des fluides". C. R. Bd. 107 (p. 388—390). 1888.

[2]) Gl. Jones, Phil. mag. Bd. 37, S. 451. 1894.

5. Strömungsmethode.

Äußerst zahlreiche Versuche nach dieser Methode stellte Poiseuille[1]) an und veröffentlichte sie in der Abhandlung:

Récherches expérimentelles sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres."

Bei seinen Versuchen beobachtete er die Zeiten, die bei der gegebenen Kapillare nötig sind, damit ein bestimmtes Flüssigkeitsvolumen unter gegebenen Druck bei konstanter Temperatur die Kapillare durchfließt. Die aus der Beobachtung erhaltenen Resultate vergleicht er mit der von ihm aufgestellten Formel:

$$\eta = \frac{P \cdot r^4 \cdot t}{8 \cdot \pi \cdot l \cdot V},$$

wobei P den Druck, unter dem die Flüssigkeit die Kapillare durchströmt, r den Radius, l die Länge der Kapillare, t die Durchflußzeit und V das durchfließende Flüssigkeitsvolumen bezeichnet. Zum gleichen Ausdruck für η gelangte Ed. Hagenbach[2]) auf theoretischem Wege.

Die meisten Versuche wurden nach der Poiseuilleschen Strömungsmethode durchgeführt. Doch zeigte sich, daß das Poiseuillegesetz in dieser Form zur Darstellung der Gesetze für die innere Reibung nicht ausreichte. Die Gültigkeit dieses Gesetzes hängt von den Dimensionen der benutzten Durchflußröhren ab.

So zeigte schon Poiseuille, daß für Kapillaren, deren Länge im Verhältnis zum Durchmesser klein ist, das Gesetz von gewissen Drucken an nicht mehr

---

[1]) Poiseuille, Mém. des Savants Étrangers Bd. 9. 1846.

[2]) Ed. Hagenbach, Pogg. Ann. 109, p. 397. 1860.

gilt, indem die beobachteten Zeiten bei solchen Röhren für wachsende Drucke weniger rasch abnehmen, als aus dem Gesetz folgen würde.

Die Grenze der Länge einer Kapillare, die dem Poiseuilleschen Gesetz genügen soll, ist nach Neumann[1]) dann gegeben, wenn die Geschwindigkeit des zentralen Fadens gleich der freien Fallgeschwindigkeit wäre. Auf Grund dieser Bedingung stellt er für die Grenzlänge die Formel auf:

$$l_0 = \frac{\sqrt{2gH}\,\varrho \cdot R^2}{8\,\eta},$$

worin H die Höhe der drückenden Flüssigkeitssäule, ϱ ihre Dichte ist.

Hagenbach[2]) gelang es nun, durch Hinzufügung eines Korrektionsgliedes, das Poiseuillesche Gesetz auch bei solchen Kapillaren anzuwenden, welche im Verhältnis zum Durchmesser relativ kurz waren und erhielt gute Werte bei Anwendung der Formel:

$$\eta = \frac{g \cdot \pi \cdot P \cdot r^4 \cdot t}{8\,l\,V} - \frac{s \cdot V \cdot}{\sqrt[3]{2^{10}}\,\pi \cdot l \cdot t},$$

wobei s das spez. Gewicht der Versuchssubstanz ist.

Eine weitere Abweichung vom Poiseuilleschen Gesetz zeigte sich bei Anwendung von Röhren mit größeren Querschnitten, indem die Reibungskoeffizienten in diesem Falle zu groß ausfielen.

Osborne Reynolds[3]) gab als Grund hierfür auftretende Wirbel an und zeigte, daß es eine be-

---

[1]) Winkelmann, Handb. d. Phys. Bd. I, p. 1381, 2. Auflage; s. auch F. Neumann, Einleitung in die theor. Phys. p. 257. 1883.

[2]) Ed. Hagenbach, Pogg. Ann. 109, 1860, p. 408.

[3]) O. Reynolds, Phil. Trans. 1883.

stimmte Geschwindigkeit gibt, unterhalb deren die Wasserteilchen dem linearen Strömungsgesetz folgen, oberhalb deren aber Wirbel auftreten. Für den Zustand, bei dem diese kritische Geschwindigkeit auftritt, stellte er den Ausdruck auf:

$$K = \varrho \cdot \frac{D \cdot U_m}{\eta},$$

wo ϱ die Dichte, Um die mittlere Geschwindigkeit des Wassers, η den Reibungskoeffizienten, D den Durchmesser, und K eine Konstante bedeutet.

W. Ruckes[1]) hat die Resultate O. Reynolds auch beim Ausfluß komprimierter Luft aus Kapillaren bestätigt gefunden.

Eine andere Abweichung vom Poiseuilleschen Gesetz kann durch eine an den Röhrenwänden auftretende Gleitung bedingt sein. Navier hat zuerst den Gleitungskoeffizienten eingeführt; dann bestimmt sich die pro Zeiteinheit durchfließende Flüssigkeitsmenge zu[2]):

$$Q = \frac{\pi \cdot P}{8 \eta \cdot \lambda} \left[R^4 + 4 \frac{\eta}{\lambda} R^3 \right],$$

wobei λ der äußere Reibungskoeffizient, $\frac{\eta}{\lambda}$ die Gleitung vorstellt. Für die meisten Flüssigkeiten kann $\lambda = \infty$ gesetzt werden. Dies ist nicht nur bei benetzenden Flüssigkeiten der Fall, sondern auch bei Quecksilber, wie Warburg[3]) gezeigt hat, wenn nur der Querschnitt hinreichend klein ist.

Bei Versuchen mit Substanzen von wesentlich größerer Zähigkeit, wie bei Kolophonium-Terpentin-

[1]) W. Ruckes, Ann. d. Phys. Bd. 25, p. 1020. 1908.

[2]) Kirchhoff, Mechanik. 4. Aufl. p. 373.

[3]) Warburg, Wied. Ann. 140. 1870, p. 367.

gemischen, ergab sich für Röhren von kleinem Querschnitt eine Abhängigkeit vom Radius der Röhre[1]).

Eine weitere Abweichung vom Poiseuilleschen Gesetze fand Wetzstein[2]) 1899; er fand, daß die innere Reibung vom Druck, unter dem die Flüssigkeit strömt, abhängt. Diese Abhängigkeit geht schon aus den zahlreichen Versuchsreihen Poiseuilles hervor, wenn die Reibungskoeffizienten unter Berücksichtigung der Hagenbachschen Korrektion berechnet werden. Wetzstein äußert sich darüber: „. . . daß aber bei den Versuchen, aus denen er (Poiseuille) auf die Richtigkeit seiner Formel schließt, bei denen also die Länge der Kapillaren im Verhältnis zum Durchmesser genügend groß ist, die Zeiten mit wachsendem Druck stärker abnehmen . . ., scheint ihm vollständig entgangen zu sein. Er schreibt l. c. p. 464 trotz der wiederholt in demselben Sinne auftretenden Differenzen zwischen den berechneten und beobachteten Zeiten:

„Les différences de quelques secondes, tantôt en plus, tantôt en moins, entre les temps calculés et ceux obtenus par l'expérience, sur des nombres aussi considerables, ne nous empêchent pas de regarder les pressions en raison inverse des temps. Nous attribuons ces petites différences, que, du reste, nous retrouverons souvent, aux petites variations de température qu'offre l'eau du récipient . . .“

Daß aber bei Poiseuille, dessen Beobachtungsfehler mitunter ziemlich bedeutend sind, sich dennoch eine Abnahme des berechneten Koeffizienten bei ge-

---

[1]) H. Glaser, Ann. d. Phys. Bd. 22, S. 694. 1907. Vgl. auch R. Reiger, Ber. d. phys.-med. Soz. Erlangen 38, p. 203. 1906.

[2]) Wetzstein, Wied. Ann. 68, 441. 1899.

nügend langen Röhren ergibt, mögen die folgenden Tabellen beweisen[1]).

Unter t sind die beobachteten, unter t' die berechneten Durchflußzeiten zu verstehen, η' sind die Reibungskoeffizienten nach Poiseuille, η die von Wetzstein unter Berücksichtigung der Hagenbachschen Formel berechneten.

Tabelle 1.

Länge der Kapillare l = 15 mm; Durchmesser $2r = \begin{Bmatrix}0{,}1405\\0{,}1430\end{Bmatrix}$ mm;
Volumen V = 17,556 ccm; Versuchssubstanz: Wasser bei 10° C.

Druck P mm Hg	t	t'	η'	η
24,661	8 646	8 646	0,013 200	0,013 159
49,591	4 355	4 299	0,013 370	0,013 298
98,233	2 194	2 170	0,013 342	0,013 182
148,233	1 455	1 458	0,013 352	0,013 112
194,257	1 116	1 097	0,013 422	0,013 103
388,000	571	549	0.013 714	0,013 093
715,160	298	275	0,014 300	0,013 100

Tabelle 2.

l = 383 mm; $2r = \begin{Bmatrix}0{,}6160\\0{,}6932\end{Bmatrix}$ mm; V = 17,556 ccm;
Wasser bei 10° C.

P cm H_2O	t	t'	η'	η
12,692	1 623	1 623	0,013 200	0,013 198
30,308	678	679,7	0,013 167	0,013 141
66,742	306	308,6	0,013 087	0,013 027
135,210	150	152,3	0,012 996	0,012 876
198,150	104	103,9	0,013 205	0,013 030
262,034	78	78,6	0,013 097	0,012 864
519,860	40,2	39,6	0,013 392	0,012 839
1046,28	20	19,7	0,013 409	0,012 503

[1]) Wetzstein l. c. p. 8.

Daß von den späteren Forschern keiner diese Abhängigkeit erkannte, hat wohl seinen Grund darin, daß der Druck nicht genügend variiert wurde.

Erst Wetzstein wies innerhalb eines Druckintervalls von 20—180 cm Wasser die Abhängigkeit der Viskosität vom Druck nach. Als Versuchssubstanzen benützte er Wasser, Äthyläther und Chloroform, wobei er sich derselben Methode bediente, welche von Thorpe und Rodger[1]), G. Haffner[2]) u. a. angewendet wurde. Im folgenden sind einige von Wetzsteins Versuchsreihen gegeben, aus den die Abhängigkeit vom Druck klar ersichtlich ist.

Tabelle 3.

Wasser, destilliert; Temperatur 10° C.
Ellipt. Kapillare l = 4,6 cm; a = 0,06129 cm; b = 0,04597 cm;
Volumen V = 3,88 ccm.

P cm H_2O	163,02	123,27	80,90	47,80	24,7
η	0,013 068	0,013 090	0,013 123	0,013 171	0,013 331

Tabelle 4.

Äthyläther, über Na destilliert; Temperatur 10° C.
Ellipt. Kapillare l = 4,7 cm; a = 0,04956 cm; b = 0,03717 cm;
Volumen V = 3,50 ccm.

P cm H_2O	102,47	76,83	46,10	30,16	19,59
η	0,002 528	0,002 545	0,002 571	0,002 589	0,002 611

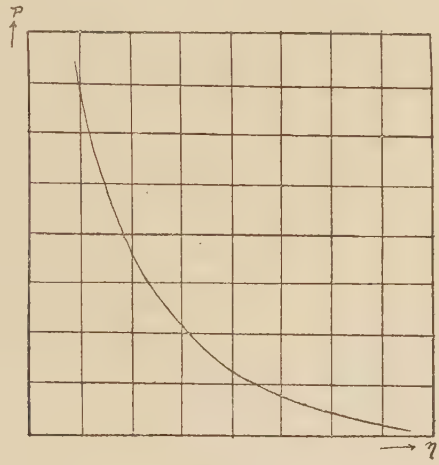
Tabelle 5.

Chloroform; Temperatur 15° C.
Ellipt. Kapillare l = 4,7 cm; a = 0,04956 cm; b = 0,03717 cm;
Volumen V = 3,50 ccm.

P cm H_2O	131,45	85,31	75,4	47,19	25,28
η	0,005 823	0,005 849	0,00 585	0,00 588	0,005 921

[1]) Thorpe u. Rodger, Phil. Trans., p. 397. 1894.
[2]) Haffner, Erl. Diss. 1903.

Trägt man nun als Abszissen die Reibungskoeffizienten, als Ordinaten die Drucke auf, so ist der Verlauf der Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck für die obigen Substanzen durch folgende charakteristische Kurve dargestellt.



Kurve I.

Für die Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck hat Wetzstein die Gleichung aufgestellt:

$$\eta = \frac{b}{p} + a$$

und die Konstanten a und b bestimmt. Die durch Berechnung und Beobachtung gefundenen Werte stimmten gut miteinander überein. Durch verschiedene Versuche überzeugt, daß nicht die etwa auftretende Wärmeentwicklung in der Kapillare eine solche Verminderung der inneren Reibung herbeiführen könne, erklärt Wetzstein diese Erscheinung durch Gleitung an der Röhrenwand. Die für die Versuche berechneten Gleitungskoeffizienten λ waren negativ. Das negative Vor-

zeichen der äußeren Reibung führt Wetzstein[1]) darauf zurück, daß die Flüssigkeit am Rande der Kapillare eine entgegengesetzte Geschwindigkeit hat, was sich durch die Unebenheiten an der Röhrenwandung und die dadurch bedingten Wirbelbewegungen erklären läßt.

Ich wende mich nun zu meinen eigenen Versuchen und gebe zunächst eine Beschreibung der angewandten Versuchsanordnung.

Versuchsanordnung.

A. Der Reibungsapparat (Fig. 1).

Derselbe war im wesentlichen dem schon von Thorpe und Rodger, Wetzstein und Haffner benützten Apparat nachgebildet.

Zwischen zwei senkrechten Glasröhren A und A_1, in deren Mitte zwei zylindrische Stücke K und K_1 eingeschmolzen waren, befand sich die Versuchskapillare C. Dieselbe war mittels der Kautschukstücke B und B_1 auswechselbar angebracht. Die zwei Marken m_1 und m_2 grenzten ein bestimmtes Volumen ab, das durch mehrfaches Auswägen mit Quecksilber unter Berücksichtigung der Temperatur genau bestimmt wurde. Die Verlängerungen S und S_1 dienten dazu, kleine, zu Boden sinkende Staubteilchen aufzunehmen, und bewährten sich auch bei Versuchen mit Rizinusöl sehr gut, indem infolge der im Versuchsraum herrschenden großen Feuchtigkeit sich niederschlagende Wasserteilchen oft bis in den mit der freien Luft verbundenen Schenkel des Durchflußapparates ge-

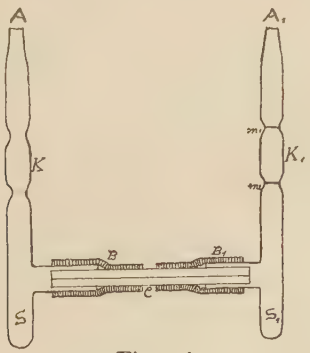
[1]) Wetzstein l. c. p. 56.

langten, im leichteren Öle auf den Grund des Gefäßes sanken und dort liegen blieben. Bei späteren Versuchen wurden solche Einflüsse der Feuchtigkeit dadurch aufgehoben, daß die Verbindung mit der atmosphärischen Luft durch dazwischen geschaltete Chlorkalciumröhren hergestellt wurde.

Die von E. Gundelach, Gehlberg i. Th. bezogenen Kapillaren mit kreisförmigem Querschnitt wurden mit Quecksilber kalibriert und nur solche Stücke herausgeschnitten, bei denen die Längsdifferenz eines Quecksilberfadens an drei Stellen der Kapillare bei einer Fadenlänge von ca. 10 cm nicht über 1 mm betrug. Aus diesen drei Längen wurde das Mittel genommen [l_1 cm], der Faden gewogen [g_1 g] und sodann der Radius der Kapillaren nach der Formel:

$$r = \sqrt{\frac{g_1}{l_1 \, \pi \cdot 13{,}6 \, (1 - 0{,}00018 \cdot t)}}$$

berechnet, wo t die Temperatur des Quecksilbers bedeutet. Das gleiche wurde wiederholt bei einem Faden



Figur 1.

von der Länge l_2 cm und dem Gewichte g_2 (g). Als Maß der erreichten Genauigkeit möge folgendes Beispiel dienen.

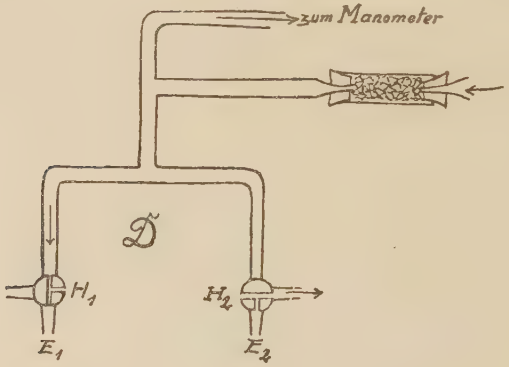
$l_1 = 6{,}27$ cm $\quad t = 18{,}5^0$ C. $\quad l_2 = 5{,}96$ cm
$g_1 = 0{,}1824$ g $\quad g_2 = 0{,}1734$ g
$r_1 = 0{,}026136$ cm $\quad r_2 = 0{,}026138$ cm.

Daraus wurde das Mittel zu 0,026137 cm genommen.

B. Druckapparat.

Bei den meisten Versuchen wurde dieselbe Anordnung benutzt, wie sie Sprung[1]) und Haffner[2]) beschrieben haben.

Die Druckluft wurde erzeugt in einem Glasballon von ca. 10 l Inhalt durch eine Wassersäule, deren Niveau durch eine Mariottesche Flasche in gleicher Höhe gehalten wurde. Vom Glasballon aus strömte die komprimierte Luft erst durch ein Chlorkalciumrohr, wo sie getrocknet wurde und gelangte dann einerseits zu einem offenen Wassermanometer, das in Millimeter geteilt war und eine Höhe von 2 m hatte, andererseits zum Druckverteilungsapparat D.



Figur 2.

Derselbe bestand aus einem sich gabelnden Röhrensystem, in das drei Paare von Dreiweghähnen

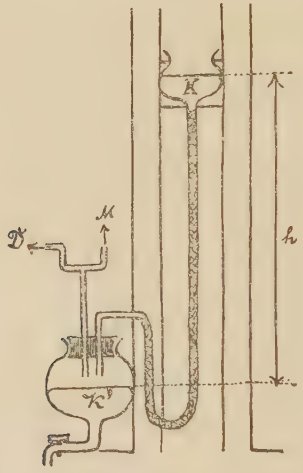
[1]) Sprung, Leipz. Diss. 1876.
[2]) Haffner, Erlanger Diss. 1903.

H_1 H_2 eingeschmolzen waren, um womöglich mehrere Versuche zugleich anstellen zu können. Im Lauf der Untersuchungen erwies sich nur die Benützung eines Paares als nötig(siehe Fig. 2). Die Enden E_1 und E_2 waren durch Druckschläuche mit dem Durchflußapparat verbunden, so daß durch entsrechendes Einstellen der Hähne der eine Schenkel A mit dem Druckapparat, der andere A_1 mit der freien Luft verbunden werden konnte und ebenso umgekehrt. Die Veränderung des Drucks innerhalb eines Intervalls von 50—180 cm Wasser wurde durch Höher- und Tieferstellen des Druckballons, über dessen Boden sich zum Abfließen des angesammelten Wassers ein Hahn befand, erreicht.

Ein Versuch wurde nun folgendermaßen ausgeführt. Zunächst wurde der Reibungsapparat sorgfältig mit Säuren, Alkohol und destilliertem Wasser gereinigt und mittels eines durchgesaugten trockenen Luftstroms getrocknet; hierauf wurde er mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und zwar soweit, daß die Flüssigkeit ebensoviel über der oberen Marke des linken Gefäßes stand als unter der unteren Marke des rechten Schenkels. Dann wurde das eine Ende mit der Druckluft, das andere mit der freien Luft verbunden, und mittels eines Chronoskops, das mit einer Normaluhr verglichen war, die Zeit bestimmt, die zwischen dem Durchgang der Flüssigkeit durch die obere und untere Marke verstrich. Die Stellung der Hähne wurde dann umgekehrt, so daß die Flüssigkeit wieder zurückfloß und zwar im selben Schenkel des Durchflußapparats. Zwischen der Hin- und Rückflußzeit ergaben sich bald kleinere bald größere Differenzen, je nach der Länge der Durchflußzeit, hervorgerufen durch kleine Druckunter-

schiede auf beiden Seiten. Diese Unterschiede sind bedingt 1. dadurch, daß es sehr schwer ist, ganz kongruente Schenkel herzustellen, 2. dadurch, daß die Mitten der Stücke K und K_1 nicht immer im gleichen Niveau liegen. Stellt man den einen Schenkel des Durchflußapparats höher und höher, so werden zwar die Differenzen der Durchflußzeiten immer größer, das arithmetische Mittel aber aus Hin- und Rückflußzeit bleibt konstant. Daß es erlaubt ist, das arithmetische Mittel zu nehmen, hat Wetzstein gezeigt [1]).

Es war nun während der Versuche wünschenswert, auch zu höheren Drucken als 180 cm Wasser übergehen zu können. Zu dem Zweck wurde zuerst ein im Prinzip gleicher Druckapparat für Quecksilber konstruiert.



Figur 3.

Der mit Quecksilber gefüllte Kolben K war auf einem Schlittengestell in vertikaler Richtung ver-

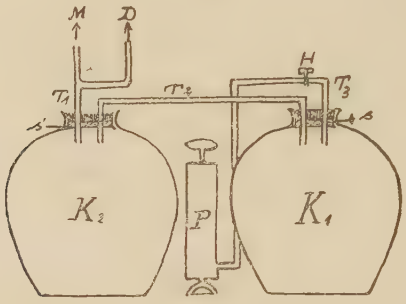
[1]) Wetzstein l. c. p. 24.

schiebbar und kommunizierte durch einen Schlauch mit K', in dem die Luft komprimiert wurde; der Druck war gleich dem Abstand h der beiden Quecksilberkuppen und konnte an einem offenen Quecksilbermanometer abgelesen werden. Das Niveau in K sollte durch eine mit Quecksilber gefüllte Mariotte-sche Flasche konstant gehalten werden. Aber beim Nachfließen strömte infolge der Schwere dieser Flüssigkeit soviel nach, daß sprungartige Druckdifferenzen bis zu 4 mm Hg sich einstellten und die Versuche untauglich machten.

Es mußte daher ein anderes Mittel gesucht werden, um höhere, möglichst konstante Drucke herzustellen. Bei den Versuchen wurde selten ein Durchflußvolumen benützt, das größer war als 25 ccm. Es gingen also bei einmaligem Hin- und Rückfließen ca. 50 ccm Druckluft verloren, die bei den vorher beschriebenen Apparaten jeweils durch nachfließendes Wasser bezw. Quecksilber ersetzt wurden. Fließt keine Flüssigkeit nach, so vermindert sich der Druck nach dem Mariotteschen Gesetz. Diese Abnahme ist aber um so geringer, je größer das ursprüngliche Volumen der Druckluft ist. Waren es also zuerst z. B. 100 cdm, so hat die Druckluft nach dem Versuch ein Volumen von 100,05 cdm eingenommen, ihr Druck ist daher immer noch $\frac{100}{100{,}05} = 0{,}9995$ des früheren Druckes p, also nahezu gleich p.

Von dieser Erwägung ausgehend wurden zwei große, je ca. 50 l fassende Glasballons als Druckbehälter verwandt. Durch eine Fußpumpe P wurde die Luft in K_1 hineingepumpt, gelangte nach K_2 und von hier aus durch eine Gabelung zum Druckverteilungsapparat D

und zum Quecksilbermanometer M. War ein genügend hoher Druck erreicht, so wurde der Hahn H geschlossen. Sollten nun höhere Drucke angewandt werden, so war es vor allem nötig, die Rohrstücke T_1, T_2, T_3 möglichst dicht und fest in den Flaschenhälsen zu befestigen. Dazu eignete sich vortrefflich eine Mischung aus Kolophonium und Bienenwachs, welche in flüssigem Zustande auf die Korkscheiben s und s' gegossen



Figur 4.

wurde, und zu einer harten, aber nicht spröden Masse erstarrte. Bei Anwendung eines Drucks von 40 cm Hg platzte jedoch der eine Glasballon, so daß es der Sicherheit halber erforderlich war, dem Apparat eine andere Form zu geben.

Zu diesem Zweck wurde eine Trommel aus Blech von 15 l Inhalt hergestellt, die doppelt gefalzt und sorgfältig gelötet war. Auf der Deckfläche saß ein Ansatzstück, in das zwei messingene Röhrchen eingelötet waren. Das eine konnte durch einen Hahn mit der Fußpumpe, das andere mit Manometer und Druckverteiler verbunden werden.

Ein anderer im Lauf der Untersuchungen sich einstellender Mißstand mußte noch beseitigt werden. Die Versuche mit dem zuletzt genannten Druckkessel

fanden durchweg im Isolationsraum des Nordwestkellers im physikalischen Institut statt und zwar hauptsächlich im Winter. In den Übergangszeiten Herbst und Frühjahr stellten sich jedoch oft ganz beträchtliche Temperatursteigerungen und -verminderungen ein und infolgedessen auch eine entsprechende Druckzu- und -abnahme im Druckbehälter. Um diesen Übelstand auszuschalten, wurde der Blechkessel selbst in einem Wasserbad befestigt, einem ca. $1^1/_2$ hl fassenden, hölzernen Fasse, das mir von der Firma Erlwein u. Schultheiß in liebenswürdigster Weise zur Verfügung gestellt wurde.

C. Erwärmungsapparat.

Bei dem großen Einfluß, den die Temperatur auf die innere Reibung hat, wurde besonderes Augenmerk darauf gerichtet, das die Temperatur im ganzen Apparat möglichst konstant blieb. Dazu befand sich der Durchflußapparat in einem Wasserbad, einem rechteckigen Behälter, mit Glasfenstern vorn und hinten. Bei den Versuchen, die nicht im Isolationsraume stattfanden, faßte das Bad 18 l Wasser, das durch einen mit der Wasserleitung betriebenen Turbinenrührer in beständiger Bewegung erhalten wurde. Um Wärmeverluste auszugleichen, war seitlich oberhalb des Wasserbades ein Blechbehälter aufgestellt, der beständig mit siedendem Wasser gefüllt war. Aus demselben konnte man mittels eines Quetschhahnes soviel warmes Wasser zufließen lassen, daß das Bad auf der gewünschten Temperatur blieb. Die gleiche Wassermenge, die auf der einen Seite zufloß, konnte auf der andern durch ein Ablaufrohr wieder abfließen. Die Temperatur des

Wasserbades wurde an einem Thermometer, das von -2^0 bis 48^0 C. reichte, in $^1/_{10}$-Grade geteilt und nach einem Normalthermometer der physikalisch-technischen Reichsanstalt geaicht war, abgelesen. Für die Versuche bei Kellertemperatur war ein Wasserbad von 75 l Inhalt aufgestellt, so daß die infolge von Strahlung eintretenden Temperaturänderungen bei einer so großen Flüssigkeitsmenge ziemlich gering waren. Durch zeitweises Nachgießen von warmem und kaltem Wasser konnte eine große Konstantheit der Temperatur erreicht werden.

Versuche.

Die vorliegenden Untersuchungen lassen sich in zwei Hauptteile zergliedern, wie folgt:

A.

1. Genaue Bestimmung des Reibungskoeffizienten von Wasser.
2. Abhängigkeit der inneren Reibung von der Temperatur [Versuchssubstanz: Rizinusöl].
3. Abhängigkeit der inneren Reibung vom Querschnitt der Kapillare [Versuchssubstanz: Rizinusöl].
4. Scheinbare Abhängigkeit der inneren Reibung von der Zeit bei Thymol.

B.

Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck

1. für weniger zähe Substanzen [Versuchssubstanzen: Wasser, Essigsäure, verdünntes Glyzerin, verdünnte Gummilösung],
2. für zähere Substanzen [Versuchssubstanzen: konzentrierte Gummilösung, Glyzerin, Rizinusöl].

A.

1. Es schien zunächst von Interesse, einige absolute Bestimmungen des Reibungskoeffizienten von Wasser auszuführen, um durch Vergleich mit den Resultaten anderer Beobachter ein Maß für die Genauigkeit der angewandten Methode zu erhalten.

Zuerst wurden zwei Bestimmungen bei gleichem Druck und gleicher Temperatur mit verschiedenen Apparaten, die gleichzeitig an 2 Paare von Dreiweghähnen angeschlossen waren, durchgeführt. Die Temperatur betrug 9,8° C., der Druck war 121,9 cm H_2O.

Tabelle VI gibt die Apparatkonstanten, die mittlere Durchflußzeit und die erhaltenen Werte von η.

In allen folgenden Tabellen bedeuten:

P den Druck, ϑ die Temperatur, V das Durchflußvolumen, t die mittlere beobachtete Durchflußzeit, t' die nach der Hagenbachschen Formel korrigierte Durchflußzeit, r den Radius der Kapillare, l die Länge derselben. η den Reibungskoeffizienten.

Tabelle 6.

	V	l	r	t	η
	ccm	cm	cm	sec.	
Apparat I	35,401	24,4	0,021311	1196,7	0,01338
Apparat II	24,262	21,6	0,01878	1199,7	0,01337

Sprung fand für die gleiche Temperatur und für einen Druck von 158 cm H_2O $\eta = 0{,}01339$.

Eine weitere Bestimmung mit den Konstanten des Apparates I ergab bei der Temperatur $\vartheta = 9{,}95°$ C., dem Drucke $P = 174{,}1$ cm H_2O eine mittlere Durchflußzeit $t = 838{,}0$ sec., mithin

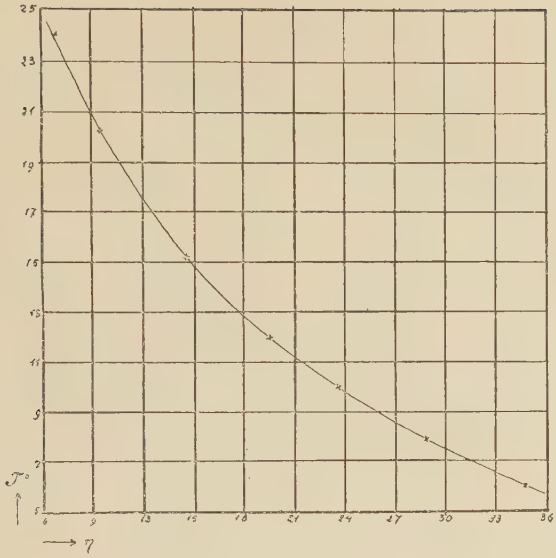
$\eta = 0{,}01308$, wogegen Sprung für die gleiche Temperatur η zu 0,01309 fand. Die gefundenen Werte zeigen sich in guter Übereinstimmung mit den Resultaten Sprungs.

2. Die Abhängigkeit der inneren Reibung von der Temperatur ist bei allen Substanzen eine sehr erhebliche. Da nun bei späteren Versuchen, die im Keller, in dem kleine Temperaturschwankungen gelegentlich auftraten, stattfanden, hauptsächlich Rizinusöl benutzt wurde, so war es angezeigt, die Abhängigkeit der inneren Reibung dieser Substanz von der Temperatur zu untersuchen, um etwaige Interpolationen vornehmen zu können. Weil die bei Rizinusöl beobachteten Durchflußzeiten relativ sehr groß waren, bei dem Hagenbachschen Korrektionsglied aber im Nenner vorkommen, so war die Differenz zwischen beobachteter und korrigierter Durchflußzeit so klein, daß sie unterhalb der beobachtbaren Zeitunterschiede fiel. Bei der folgenden Tabelle, wie auch später bei allen zäheren Substanzen ist also die mittlere, beobachtete Zeit der Berechnung zugrunde gelegt worden.

Tabelle 7.

Apparatkonstanten: P = 127,5 cm H_2O; r = 0,08937 cm; V = 1,98 ccm; l = 34,15 cm.

ϑ C°	t	η
5,9	754,5	34,79
7,8	627,8	28,91
9,9	509	23,47
11,9	421,7	19,45
15,1	314,6	14,51
20,2	203,6	9,39
24	150,3	6,93



Kurve II.

3. Abhängigkeit vom Querschnitt.

Bei den folgenden Versuchen, die gleichfalls mit Rizinusöl angestellt wurden ist der Druck konstant. Benutzt wurden Kapillaren mit folgenden Dimensionen:

Tabelle 8.

r cm	l cm
0,1262	34,55
0,08937	34,15
0,06098	24
0,02613	8,1
0,01537	8,1

1. Versuchsreihe.

Tabelle 9.

$V = 24{,}262$ ccm; $P = 172{,}5$ cm H_2O; $\vartheta = 5{,}85°$ C.

r cm	t	η
0,1262	1746	35,36
0,08937	6989	35,95
0,06098	22826	36,62

2. Versuchsreihe.

Tabelle 10.

$V = 1{,}98$ ccm; $P = 174{,}2$ cm H_2O; $\vartheta = 6{,}85°$ C.

r cm	t	η
0,06098	2h 31′ 27″	32,26
0,02613	24h 19′ 5″	32,24
0,01537	35h 5′ 30″	32,18

Zwischen den beiden Tabellen zeigen sich selbst bei Reduktion der Reibungskoeffizienten auf die gleiche Temperatur beträchtliche Unterschiede, ca. 3%. Es ist dies darauf zurückzuführen, daß im ersten Fall ein Strömungsapparat benützt wurde, der bei den Marken eine ziemlich starke Einschnürung aufwies, so daß bereits hier ein Teil der Druckarbeit beim Passieren des Öls durch die Marken aufgewendet wurde und die Durchflußzeiten zu groß ausfielen.

Wie aus den Tabellen zu ersehen ist, wächst der Reibungskoeffizient mit abnehmendem Radius bis zu einem bestimmten Wert, um dann bei sehr engen Kapillaren konstant zu bleiben. Die kleinen Differenzen unter den letzten drei Werten sind wohl Beobachtungsfehlern zuzuschreiben. Die letzten zwei Versuche erstreckten sich auf eine Dauer von mehreren Tagen, indem beim vorletzten Versuch zu einmaligem Hin- und Herfließen fast 50 Stunden, beim letzten nahezu

72 Stunden nötig waren. So kommt als Fehlerquelle vor allem der Umstand in Betracht, daß der Moment des Durchgangs des Meniskus durch die Marken wegen der langen Dauer nicht scharf fixiert werden konnte. Ferner war es nicht möglich, absolut konstante Temperatur des Wasserbades herzustellen, da die Temperatur des Versuchsraums infolge unvorhergesehener Witterungsumschläge um 1° bis 2° abnahm. Infolge der Ausstrahlung sank die Temperatur des Wassers in $1^1/_2$ Stunden um 0,2°, was dadurch kompensiert wurde, daß alle $1^1/_2$ Stunden (fortlaufend durch Tag und Nacht) entsprechend viel heißes Wasser nachgegossen wurde, bis die Temperatur auf 0,1° über der Versuchstemperatur stand.

Die vorher erwähnte Abhängigkeit vom Querschnitt kann nicht durch Wirbelbewegung hervorgerufen werden, weil infolge dieser Bewegungen der Reibungskoeffizient bei wachsendem Querschnitt vergrößert wird, während es sich im vorliegenden Falle um eine Verringerung handelt. Es kann in Betracht kommen eine Gleitung an den Röhrenwänden oder eine Abhängigkeit vom Querschnitt, wie H. Glaser bei plastisch-festen Substanzen nachgewiesen hat. Ist die letztere vorhanden, dann ist dies jedenfalls nur in ganz geringem Grade der Fall, da dann die Abhängigkeit gerade bei engen Kapillaren deutlich hervortreten müßte. Also wird diese Abhängigkeit wohl in der Hauptsache auf Gleitung zurück zuführen sein.

4. Scheinbare Abhängigkeit der inneren Reibung von der Zeit bei Thymol.

Bei der Bestimmung der Zähigkeit verschiedener Substanzen war es von Interesse, auch eine unter-

kühlte Substanz auf ihre innere Reibung hin zu untersuchen. Zu dem Zweck wurde Thymol (bezogen von Kahlbaum) gewählt. Heydweiller hat in seiner Arbeit[1]) „Erstarrungskontraktion für einige organische Substanzen“ angegeben, daß bei Thymol die metastabile, flüssige Phase etwa 50° umfaßt. Beim Versuche wurde die Substanz über den Schmelzpunkt, der bei 49° liegt, erhitzt und in den Apparat eingegossen. Als Versuchstemperatur wurde 39,9° C. gewählt. Es zeigte sich, daß die Durchflußzeiten bei konstantem Druck und konstanter Temperatur immer kleiner wurden. Im folgenden ist eine Reihe aufeinanderfolgender Durchflußzeiten, die sich auf eine Dauer von 3 Stunden erstreckten, zusammengestellt.

Tabelle 11.

$P = 111{,}4$ cm H_2O; $\vartheta = 39{,}9°$ C.

Hinflußzeit	Rückflußzeit	Mittel
7′ 22,8″	7′ 21″	7′ 21,9″
7′ 20,5″	7′ 18″	7′ 19,2″
7′ 15,6″	7′ 15,4″	7′ 15,5″
7′ 15″	7′ 14,7″	7′ 14,9″
7′ 15,2″	7′ 13″	7′ 14,1″
7′ 12″	7′ 11,5″	7′ 11,8″
7′ 11,4″	7′ 9″	7′ 10,2″
7′ 9″	7′ 8,2″	7′ 8,1″

Um auf die Ursache dieser Abhängigkeit von der Zeit zu kommen, wurden zwischen Druckverteilungsapparat und Druckflasche, sowie Manometer Chlorkalciumröhren geschaltet, ferner die Verbindungen

[1]) Heydweiller, Erstarrungskontraktion. Wied. Ann. 1897. 61.

der jeweils mit der freien Luft verbundenen Schenkel des Strömungsapparates durch ein Chlorkalciumrohr hergestellt, so daß, wenn bei diesen Vorkehrungen sich wieder eine zeitliche Abnahme gezeigt hätte, der Grund hierfür in inneren Umlagerungen zu suchen gewesen wäre. Wie jedoch aus der folgenden Versuchsreihe, die sich auf eine Zeitdauer von $2^1/_2$ Stunden erstreckte, hervorgeht, bestätigt sich diese Annahme nicht, sondern wir haben es hier mit einer hygroskopischen Substanz zu tun, die im Lauf der Zeit Wasser anzieht. Der Versuch wurde bei einem Druck von 170,25 cm H_2O und einer Temperatur von 40,6° ausgeführt. Die bei Mittel der Durchflußzeiten auftretenden Differenzen sind wohl Beobachtungsfehlern zuzuschreiben.

Tabelle 12.

r = 0,01369 cm; l = 12,95 cm; V = 1,987 ccm.

Hinflußzeit	Rückflußzeit	Mittel
11' 26,8"	11' 22,5"	11' 24,6"
11' 25,6"	11' 21,2"	11' 23,4"
11' 28"	11' 20,2"	11' 24,1"
11' 25,2"	11' 20,2"	11' 22,7"
11' 27"	11' 20,8"	11' 23,9"
11' 25,8"	11' 21,2"	11' 23,5"

B.

Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck bei weniger zähen Substanzen.

Versuche mit Wasser.

Zunächst wurden einige Versuche, die bereits Wetzstein angestellt hatte, wiederholt, aus denen die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten vom Druck ersichtlich ist.

In den folgenden Tabellen bedeutet P' den Druck in Dynen pro cm², t die beobachtete Zeit in Sekunden — bei dem angewandten Chronoskop mußte eine Korrektion hinzugefügt werden, die aber bereits bei den Werten zu den Tabellen für t berücksichtigt ist —; t' ist die der Ausflußmenge entsprechende Zeit, die sich aus der Hagenbachschen Formel ergibt nach Sprung[1]) als

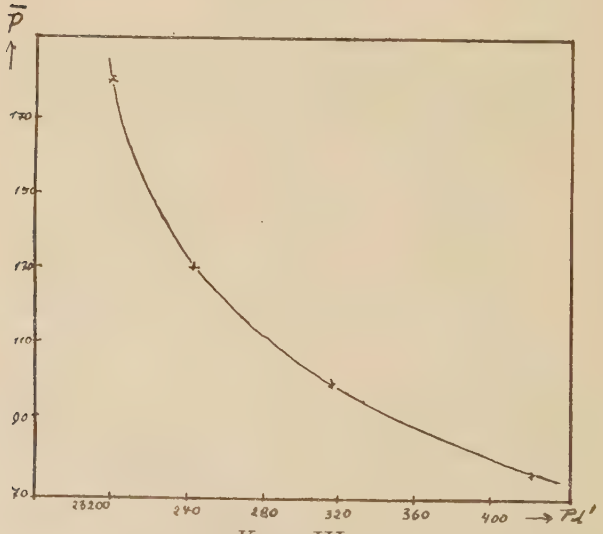
$$t' = t - s \cdot \frac{D}{B \cdot t},$$

wobei s das spez. Gewicht der Flüssigkeit,

$$D = \frac{V}{2^{10}/_3 \pi l}; \quad B = \frac{\pi \cdot P \cdot g \cdot r^4}{8lV}.$$

Für den Reibungskoeffizienten ergibt sich

$$\eta = c \cdot p \cdot t'.$$



Kurve III.

Dabei hängt c nur von den Konstanten des Apparates ab. Es muß also $p \cdot t'$ konstant sein, soll η un-

[1]) Sprung l. c p. 6.

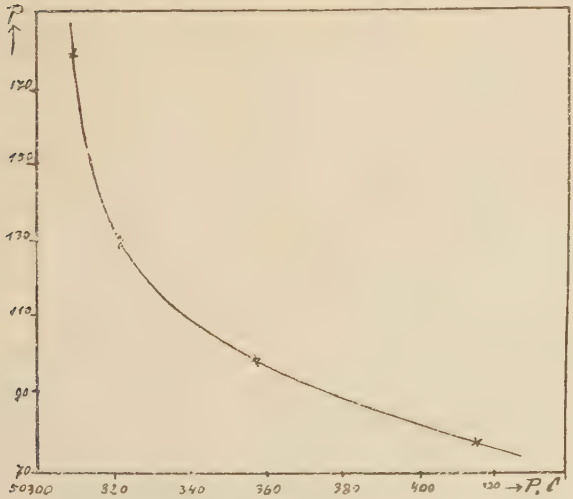
abhängig vom Druck sein. Die Kurven und Tabellen zeigen, daß dies nicht der Fall ist.

Tabelle 13 (s. Kurve III).
Apparatkonstanten: V = 24,13 ccm; l = 29,95 cm;
r = 0,030186 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	t'	P·t'
180,1	131,25	128,82	23 200
130,8	180,1	177,7	23 243
99,1	237,75	235,31	23 319
76,3	309,4	307,0	23 424

Tabelle 14 (s. Kurve IV).
Apparatkonstanten: V = 52,233 ccm; l = 29,95 cm;
r = 0,30186 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	t'	P·t'
180	284,8	279,5	50 310
130,5	390,9	385,6	50 321
99,6	510,9	505,6	50 358
76,1	667,8	662,5	50 416



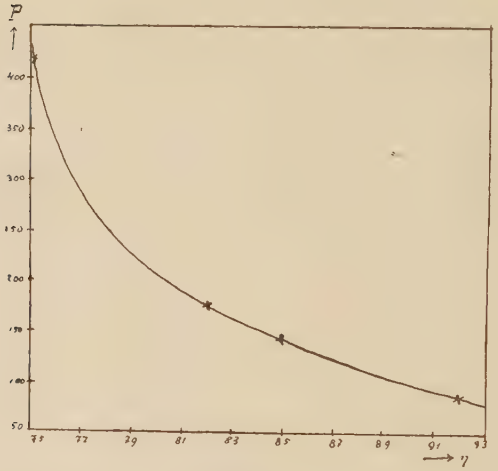
Kurve IV.

In der folgenden Tabelle sind die Reibungskoeffizienten selbst in ihrer Abhängigkeit vom Druck dargestellt.

Tabelle 15 (s. Kurve V).

Apparatkonstanten: V = 24,262 ccm; r = 0,01878 cm; l = 21,6 cm; ϑ = 6,5° C.

P cm H_2O	t	η
419	6′ 27,5″	0,01475
174	15′ 34″	0,01482
147,6	18′ 22,5″	0,01485
86,5	31′ 25″	0,01492



Kurve V.

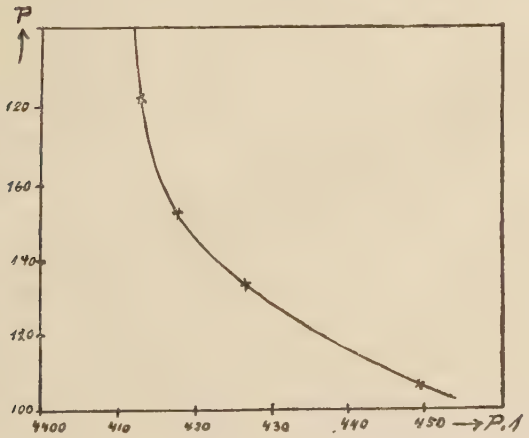
Versuch mit Essigsäure.

Das im vorhergehenden Abschnitt behandelte Thymol eignete sich wegen der hohen Temperatur, bei der der Versuch eingestellt werden mußte, schlecht dazu, die Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck zu bestimmen, da Temperaturschwankungen unver-

meidlich waren. Infolgedessen wurde eine andere unterkühlte Flüssigkeit, Essigsäure (bezogen von Kahlbaum, Berlin) als Versuchssubstanz benutzt. Der in festem Zustand befindliche Eisessig wurde über den Schmelzpunkt (16°) erwärmt und in den Apparat gegossen. Die anfänglichen Versuche bei 12°, innerhalb der metastabilen, flüssigen Phase blieben erfolglos, da die Flüssigkeit während des Versuches erstarrte. Erst bei einer Temperatur von 20° C. gelang es, eine genaue Versuchsreihe durchzuführen. Die unter t in nachfolgender Tabelle angegebenen Zeiten sind das Mittel aus je dreimaliger Hin- und Rückflußzeit.

Tabelle 16 (s. Kurve VI).
Apparatkonstanten: V = 1,98 ccm; l = 25,9 cm;
r = 0,01429 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	P·t	η
182,25	242,1	44 129	0,01382
151,35	291,8	44 174	0,01383
132,95	333	44 268	0,01386
104,95	423,9	44 493	0,01394



Kurve VI.

Bei den Produkten sind die beobachteten Zeiten in Rechnung gebracht, da der Durchmesser der Kapillare im Verhältnis zur Länge so klein war, daß die Hagenbachsche Korrektion nicht mehr berücksichtigt zu werden brauchte. Der Verlauf der Kurve ist analog wie bei Wasser, wie auch der Reibungskoeffizient der Essigsäure von derselben Größenordnung ist. Da Essigsäure eine hygroskopische Substanz ist, so wurde der Versuch unter Einschaltung von Chlorkalciumröhren, wie später bei Glyzerin, angestellt. Es zeigte sich aber, daß das Chlorkalzium aus Essigsäure Wasser herauszieht, so daß die Produkte $P \cdot t$ mit wachsendem Drucke größer wurden und die Versuchsreihe unbrauchbar machten. Da aber der Reibungskoeffizient der Essigsäure von derselben Größenordnung ist wie bei Wasser, so kann beim Versuch Tab. 16, selbst bei einiger Aufnahme von Wasser eine wesentliche Beeinträchtigung des Verlaufes der Abhängigkeit der Reibung vom Druck nicht stattfinden und somit Kurve VI als wahrer Verlauf betrachtet werden.

Versuch mit verdünntem Glyzerin.

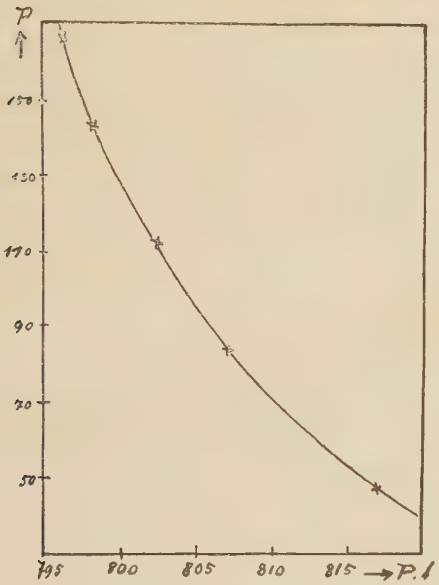
Bei Versuchen mit Glyzerin mußte vor allem darauf Bedacht genommen werden, den Einfluß der Luftfeuchtigkeit auszuschalten. Deshalb mußte, wie bei Thymol, die Druckluft erst ein mit gröberem, dann ein mit feinerem Chlorkalcium gefülltes Rohr passieren, ehe sie zum Reibungsapparat gelangte. Desgleichen war die Verbindung mit Manometer und der freien Luft durch gute Trockenröhren hergestellt. Das Glyzerin wurde so weit durch Wasserzusatz verdünnt, bis sein Reibungskoeffizient für den Druck $P = 49{,}3$ cm H_2O und die Temperatur 20° C. $\eta = 0{,}6461$ betrug.

Auch hier, wie in allen noch folgenden Versuchsreihen waren die Kapillaren so gewählt, daß auf die Hagenbachsche Korrektion nicht Rücksicht genommen zu werden brauchte.

Tabelle 17 (s. Kurve VII).

Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; r = 0,04398 cm; l = 20,4 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	P·t	η
49,3	368,5	18 168	0,6461
84,65	213,5	18 073	0,6426
113,4	158,9	18 019	0,6407
142,9	125,8	17 977	0,6392
168,65	106,5	17 962	0,6387



Kurve VII.

Versuche mit verdünnten Gummilösungen.

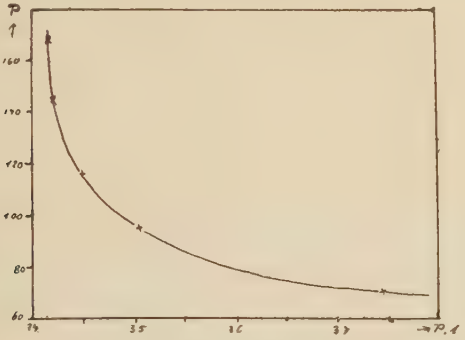
Zu den Untersuchungen wurde im Handel käufliches, feinstes Gummi arabicum verwendet. Nur die ganz klaren, weißen Stücke wurden ausgesucht und kaltes Wasser zugesetzt, bis nach einigen Tagen sich alles gelöst hatte. Diese zähe Lösung, die noch viele Unreinigkeiten enthielt, wurde unter Anwendung eines Vakuums durch feines, zuvor ausgesottenes Leinen filtriert. Da sich im Lauf der Zeit trotz sorgfältigster Filtration in der Lösung Algen und andere derartige Organismen zu bilden begannen, wurden einige Tropfen Karbolsäure zugesetzt, was sich in der Folge gut bewährte. Bei den Versuchen mit Gummilösungen mußten die Chlorkalciumröhren am Apparat entfernt werden, da sich sonst durch Entziehung des Wassers aus der Lösung die Konzentration derselben während des Versuchs geändert hätte. Aus der zuerst erhaltenen Lösung wurden durch Wasserzusatz verdünntere hergestellt. Es folgt zunächst eine Versuchsreihe für eine Lösung, deren Reibungskoeffizient für einen Druck von $P = 69{,}3$ bei einer Temperatur von 20° C. $\eta = 0{,}02826$ ist.

Tabelle 18 (s. Kurve VIII).

Apparatkonstanten: $V = 1{,}987$ ccm; $r = 0{,}01369$ cm; $l = 12{,}95$ cm; $\vartheta = 20°$ C.

P cm H_2O	t	P·t	η
69,3	779,8	53 746	0,02826
94,65	568,4	53 508	0,02814
114,3	470,2	53 454	0,02811
143,05	375,5	53 425	0,02809
168,65	318,5	53 425	0,02809

Daß zwischen den beiden Zahlen am Schluß der Tabelle keine Differenz sich zeigt, liegt wohl an einem kleinen Beobachtungsfehler, indem namentlich beim Druck sich manchmal eine kleine Differenz zeigt, hervorgerufen durch gelegentliches Nachströmen aus der Mariotteschen Flasche, wodurch im Druckbassin selbst eine Niveauerhöhung von oft $1^1/_2$ mm Wasser eintritt. Der Verlauf der Kurve zeigt denselben Charakter, wie alle bisher behandelten.



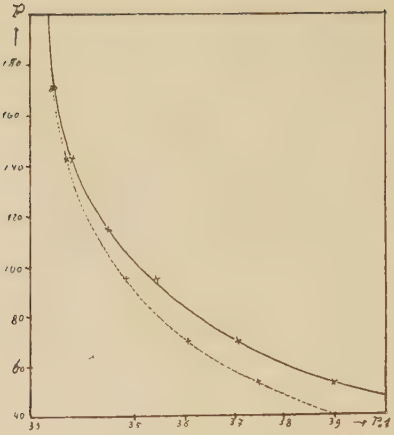
Kurve VIII.

Eine zweite Lösung, deren Zähigkeit $\eta = 1{,}205$ bei 20° C. und einem Druck von 52,95 cm Wasser war, zeigt innerhalb des angewandten Druckintervalls von 50—170 cm dasselbe Verhalten.

Tabelle 19 (s. Kurve IX).

Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; r = 0,04398; l = 20,4 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	P·t	η
52,95	643,7	33 900	1,205
69,5	487,7	33 711	1,199
94,8	355,8	33 548	1,193
114,3	294,2	33 445	1,189
143,3	234,2	33 380	1,187
168,9	198,5	33 345	1,186



Kurve IX.

Wiederholung des Versuchs am nächsten Tag.

Die Lösung wurde im Apparat gelassen und tags darauf eine neue Versuchreihe angestellt. Tab. 20 gibt die Werte, die gestrichelte Kurve den Verlauf.

Aus Tab. 20 ersieht man, daß für die Anfangsdrucke P·t erheblich kleiner ist als es für den gleichen Druck tags vorher war. Der Grund hierfür kann darin liegen, daß Gummi vielleicht doch etwas Feuchtigkeit anzieht, und so seine innere Reibung vermindert, oder daß innere Umsetzungen stattfinden, was sich auch bei späteren Versuchen noch zeigen wird.

Auf jeden Fall zeigen alle in diesem Abschnitt auftretenden Kurven den gleichen Verlauf, indem innerhalb des angewandten Druckintervalls bei niederen Drucken eine starke, bei höheren eine schwache Abnahme des Reibungskoeffizienten eintritt.

Tabelle 20 (s. Kurve IX).
Temperatur 20° C.

P cm H_2O	t	P t	η
53,05	639,6	33 748	1,200
69,5	486,2	33 607	1,195
95	354,4	33 485	1,191
143,7	233,5	33 372	1,187
169,1	198,3	33 351	1,186

Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck bei zäheren Substanzen.

1. Für Rizinusöl.

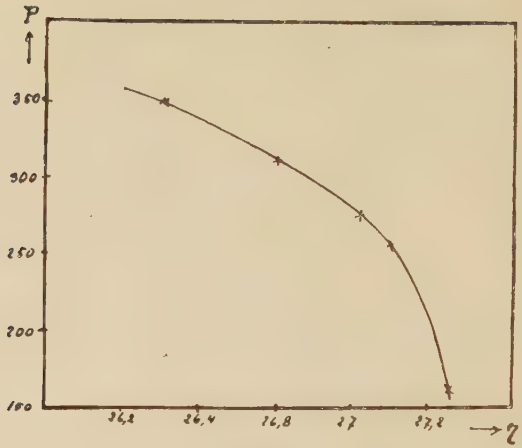
Zunächst wurden zwei Versuchsreihen innerhalb eines Druckintervalls von 100—400 cm H_2O vorgenommen.

Tabelle 21 (s. Kurve X).
Apparatkonstanten: V = 24,262 ccm; l = 34,15 cm;
r = 0,08937 cm; ϑ = 8,5° C.

P mm Hg	P cm H_2O	t	P·t	η
159,5	216,6	4237	67 577	27,24
251	341,1	2677	67 163	27,08
274,5	372,3	2440,3	66 986	27,00
312	424	2129,4	66 497	26,78
351	477	1858	65 216	26,29

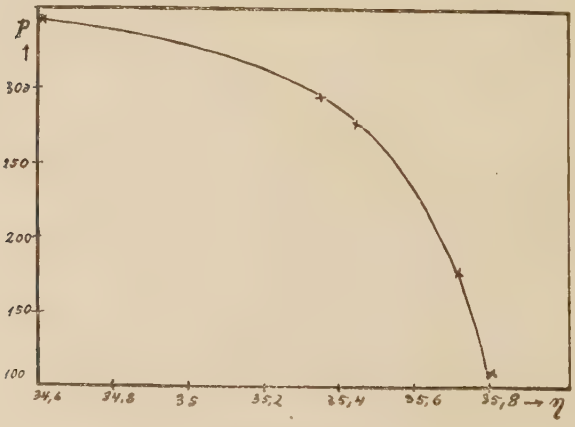
Tabelle 22 (s. Kurve XI).
Apparatkonstanten: V = 24,262 ccm; l = 34,55 cm;
r = 0,1262 cm; ϑ = 5,85° C.

P cm H_2O	t	η
112,1	2720	35,81
174,3	1746	35,73
276,6	1091	35,44
287,5	1056	35,35[1])
349,5	864	34,6



Kurve X.

Der Vergleich der für die Abhängigkeit der inneren Reibung des Rizinusöls vom Druck gefundenen Kurven mit denen von Wasser ergibt, daß wir es hier mit einem ganz andern Verlauf der Abhängigkeit zu tun haben. Während die Kurve bei Wasser konvex gegen die Achsen verlief, läuft sie in unserem Falle konkav



Kurve XI.

gegen dieselben. Eine weitere Vergrößerung des Drucks läßt bei Wasser und den weniger zähen Flüssigkeiten keine wesentliche Veränderung des Reibungskoeffizienten mehr erwarten, während hier noch eine sehr starke Abnahme auftreten wird.

Die Wetzsteinsche Formel

$$\eta = \frac{b}{p} + a$$

läßt sich bei Rizinusöl nicht anwenden. Statt dessen wurde versucht, für die Tabellen 19 und 20 den Ausdruck

$$\eta = a - \frac{b}{p}$$

einzuführen. Zeichnet man im folgenden als Ordinaten $\eta \cdot P$, als Abszissen P, so sieht man aus der Figur XI und XII, daß zwischen diesen Größen nahezu eine lineare Beziehung besteht, und die Formel dadurch erfüllt wird.

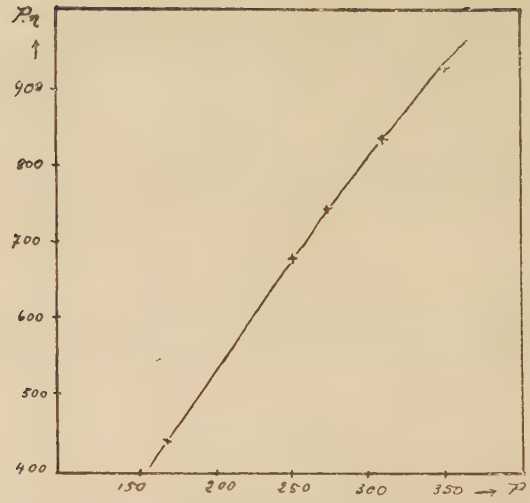
Tabelle 23 (s. Kurve XII).

P cm Hg	15,95	25,1	27,45	31,2	35,1
$\eta \cdot P$	434,5	679,7	741,1	835,5	922,8

Tabelle 24 (s. Kurve XIII).

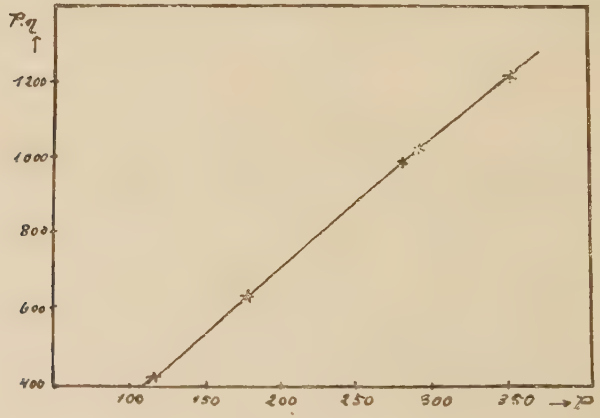
P cm H_2O	112,1	174,3	276,6	287,5	349,5
$\eta \cdot P$	4014	6228	9802	10163	12093

[1]) Der für diesen Fall berechnete Reibungskoëffizient betrug 35,65. Da aber während der Zeit für diesen Hin- und Rückgang die Temperatur um 0,15° gestiegen war, ist auf Grund der Temperaturtabelle 0,3 abzuziehen.



Kurve XII.

Das eigentümliche Verhalten der Kurven IX u. X ließen es angezeigt erscheinen, die Abhängigkeit der inneren Reibung des Rizinusöls vom Druck auch bei niederen Drucken zu untersuchen. Tabelle 25 gibt unter t das Mittel aus je viermaliger Hin- und Rück-



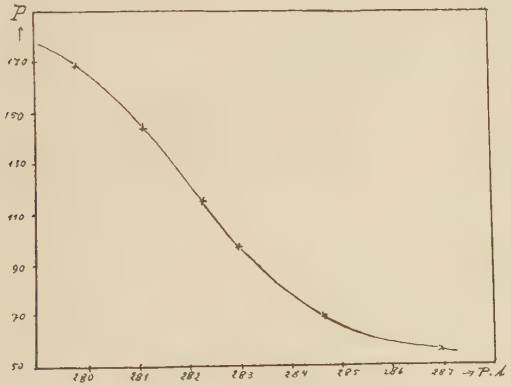
Kurve XIII.

flußzeit. Der Wert von η bei 20° und P = 52,85 cm beträgt 9,430.

Tabelle 25 (s. Kurve XIV).
Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; l = 8,1 cm;
r = 0,06085 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	P·t
52,85	546,3	28 716
69,3	413,2	28 480
94,8	300,3	28 315
114,15	248,7	28 237
143,35	197,3	28 117
168,9	166,6	27 987

t sind die ohne Chronoskopkorrektion abgelesenen Zeiten, während in P·t diese Korrektion bereits eingeht.



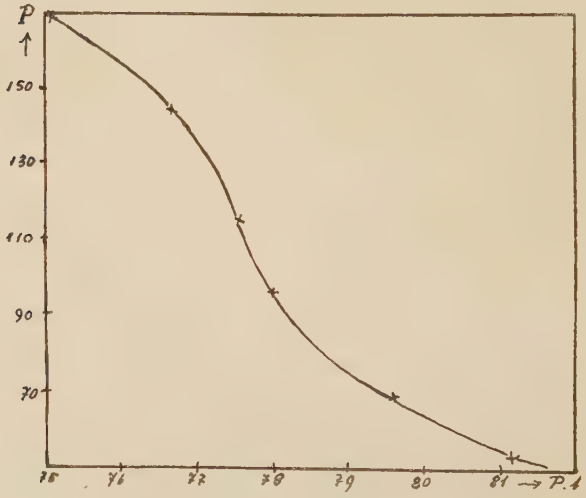
Kurve XIV.

Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, verläuft die Kurve innerhalb eines Druckintervalls von 50 bis 100 cm H_2O ebenso wie Wasser, um dann durch einen bei 100 cm liegenden Wendepunkt hindurch in den Typus der Kurven IX, X, überzugehen. In Übereinstimmung mit jenen Kurven verläuft Kurve XIII ober-

halb eines Druckes von 100 cm H_2O konkav gegen die Achsen. Um dieses eigentümliche Verhalten der Kurve genauer zu untersuchen, wurde eine weitere Versuchssubstanz gewählt, deren innere Reibung von derselben Größenordnung war wie bei Rizinusöl, nämlich Glyzerin.

Versuche mit Glyzerin.

Dasselbe hatte bei 20° und einem Drucke von 52,65 cm H_2O eine innere Reibung von $\eta = 9{,}228$. In den folgenden Tabellen bedeutet t wieder das Mittel aus je viermaliger Hin- und Rückflußzeit ohne Chronoskopkorrektion, während dieselbe bei P·t bereits berücksichtigt ist. Wie aus den beiden Kurven 14 und 15 ersichtlich ist, ist der Verlauf der Kurve für die Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck genau derselbe wie bei Rizinusöl.



Kurve XV.

Tabelle 26 (s. Kurve XV).

Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; l = 8,1 cm;
r = 0,06085 cm; ϑ = 20° C.

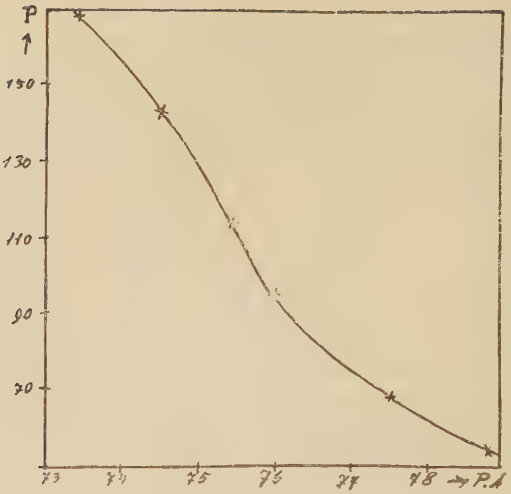
P cm H_2O	t	P·t	η
52,65	537	28 120	9,228
69,55	404,4	27 974	9,179
94,7	295,15	27 801	9,123
114,15	244,5	27 763	9,111
143,25	194,25	27 676	9,082
168,85	163,8	27 508	9,027

Tabelle 27 (s. Kurve XVI).

Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; l = 8,1 cm;
r = 0,06085 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	P·t	η
52,7	532	27 883	9,151
69,5	401,6	27 760	9,110
94,8	292,75	27 603	9,058
114,1	242,75	27 549	9,040
143,3	192,6	27 451	9,008
168,9	162,8	27 348	8,975

Die zweite Versuchsreihe wurde in der Weise angestellt, daß das in der Tab. 26 benützte Glyzerin im Apparat gelassen und der Versuch tags darauf wiederholt wurde. Dabei zeigte sich, daß z. B. beim Anfangsdruck die Durchflußzeit um 5 Sekunden abgenommen hatte. Dies kann seinen Grund darin haben, daß trotz der vorgeschalteten Trockenröhren doch etwas Feuchtigkeit angezogen wurde, oder in inneren Umlagerungen. Da nun in 24 Stunden eine Abnahme von 5 Sekunden, folglich während der Versuchsdauer, die sich auf 4 Stunden erstreckte, eine solche von nur



Kurve XVI.

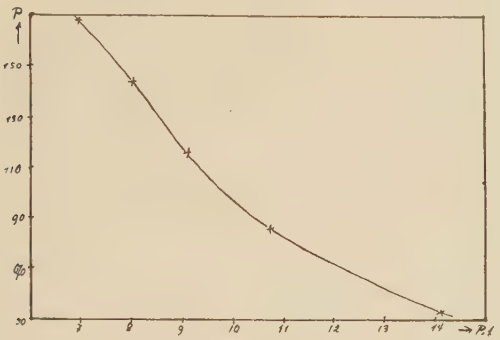
$^5/_6$ Sekunden auftrat, so konnte dadurch der Charakter der Kurve nicht wesentlich beeinflußt werden. Infolge dieser Abnahme würde sich in 4 Stunden die Zeit (Tab. 27) von 532,0 auf 531,2 Sekunden reduziert, mithin das Produkt $P \cdot t$ von 27885 auf 27845, vermindert haben. Da sich aber bereits beim nächst höheren Druck nach $1^1/_2$ Stunden eine Abnahme von 27885 auf 27760 zeigt, so folgt daraus, daß diese zeitliche Abnahme im Vergleich zu jener vom Druck verschwindend klein ist und somit vernachlässigt werden kann.

Versuche mit sehr zäher Gummilösung.

Die vorliegende Versuchsreihe wurde mit einer Gummilösung, deren innere Reibung beim Drucke $P = 50$ cm H_2O und bei 20° C. $\eta = 3{,}26$ betrug angestellt.

Tabelle 28 (s. Kurve XVII).
Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; l = 30,6 cm;
r = 0,06362 cm; ϑ 20° C.

P cm H_2O	t	P·t	η
50	631,7	31 414	3,261
84,45	369,9	31 070	3,225
114,1	272,4	30 914	3,209
143,5	215,8	30 800	3,197
169,1	182,5	30 694	3,186



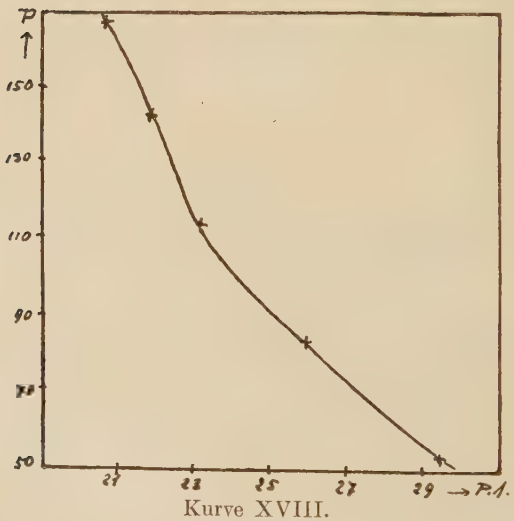
Kurve XVII.

Auch hier, wie in den noch folgenden Tabellen ist t das Mittel aus je viermaliger, abgelesener Hin- und Rückflußzeit. Um den Einfluß der Zeit auf die innere Reibung bei dieser Gummilösung zu untersuchen, wurde nach 48 Stunden die Durchflußzeit bei 50,15 cm H_2O Druck bestimmt. Dieselbe ergab sich zu 625,8 Sekunden, also in 48 Stunden eine Abnahme von 6 Sekunden, woraus sich für die Versuchdauer von ca. 4 Stunden nur $^1/_2$ Sekunde Abnahme ergibt, die, wie bei Glyzerin vernachlässigt werden kann. In den Apparat wurde nun eine neue, etwas zähere Lösung gegossen, deren innere Reibung bei 50 cm H_2O Druck und T = 20° C. η = 3,419 betrug.

Tabelle 29 (s. Kurve XVIII).

Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; l = 30,6 cm;
r = 0,06362 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	P·t	η
50,05	661,9	32 949	3,419
84,8	386,6	32 607	3,384
114,2	284,6	32 325	3,355
143,5	225,5	32 185	3,341
169,1	190,8	32 090	3,322



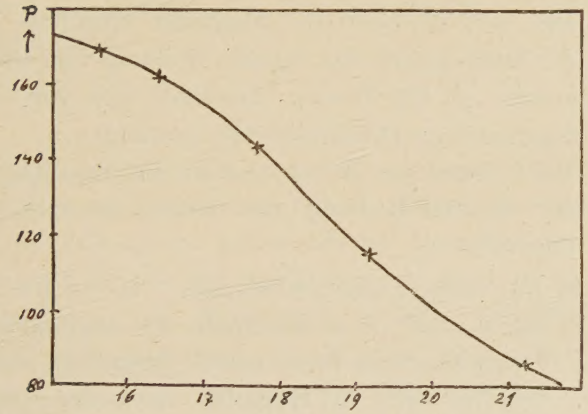
Kurve XVIII.

Nach 4 Tagen wurde die letzte Versuchsreihe wiederholt und zwar speziell für Drucke, die über 100 cm H_2O lagen. Der Reibungskoëffizient war bei 84,7 cm H_2O η = 3,334.

Tabelle 30 (s. Kurve XIX).

Apparatkonstanten: V = 1,987 ccm; l = 30,6 cm;
r = 0,06362 cm; ϑ = 20° C.

P cm H_2O	t	P·t	η
84,7"	379,3	32 126	3,334
114	280,05	31 925	3,314
143,3	221,7	31 770	3,298
161	171,1	31 637	3,284
168,8	187	31 565	3,276



Kurve XIX.

Aus diesen drei über konzentrierte Gummilösung erhaltenen Kurven geht deutlich der Übergang von einem gegen die Achsen konvex zu einem gegen dieselben konkav liegenden Teile hervor und zwar innerhalb des angewandten Druckintervalls von 50—170 cm H_2O. Auch ist ersichtlich, daß der Wendepunkt, der bei Rizinusöl und Glyzerin bei 100 cm lag, sich hier bei dieser dreimal weniger zähen Flüssigkeit zwischen 130—150 cm, also wesentlich höher befindet. Die Abweichungen, die die drei letzten Kurven voneinander

zeigen, sind in den Schwierigkeiten begründet, die sich bei Benützung dieser Gummilösung als Versuchssubstanz boten, indem sich beim Passieren dieser Flüssigkeit durch die Marken beim Hinaufsteigen bald ein Meniskus zeigte, bald keiner, was die Genauigkeit der Ablesungen wesentlich beeinflußte.

Auf Grund der vorliegenden Versuche ergeben sich folgende Resultate.

Resultate.

1. Die von Wetzstein erhaltenen Resultate für die Abhängigkeit der inneren Reibung vom Druck konnte ich bei Wasser innerhalb des von ihm angewandten Druckintervalls bestätigen.
2. Der Verlauf der Kurve, welche die Abhängigkeit der inneren Reibung von Druck darstellt, ist folgender:
   a) Für weniger zähe Substanzen — bis zu $\eta = 1{,}2$ bei $\vartheta = 20^0$ — ist innerhalb des angewandten Druckintervalls diese Kurve dargestellt durch den Ast einer Art Hyperbel, die konvex gegen die Achsen verläuft.
   b) Für zähere Substanzen von — $\eta = 3{,}4$ bei 20^0 an aufwärts — erhält man eine Wendekurve, derart, daß die Abnahme des Reibungskoeffizienten mit zunehmendem Druck zuerst rasch, dann langsam und darauf wieder rasch erfolgt.
3. Die Lage des Wendepunktes hängt von der Zähigkeit der Substanz ab. So liegt er bei starker Gummilösung — $\eta = 3{,}4$ — zwischen $P = 130$ bis 150 cm H_2O, während er bei noch zäheren Substanzen (Rizinusöl, Glyzerin, $\eta = 9$ cm) bei $P =$ 100 cm H_2O, also beträchtlich tiefer liegt.

4. Der Charakter der Kurve hängt nicht von der spezifischen Natur der Versuchssubstanz, sondern von deren Zähigkeit ab. Für Wasser, Essigsäure, verdünnte Gummi- und Glyzerinlösung ergibt sich der gleiche Typus, und ebenso stellt sich für die zäheren Substanzen Rizinusöl, Glyzerin und starke Gummilösung ein gemeinsamer Kurventypus heraus.

Vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut zu Erlangen in den Jahren 1907, 1908, 1909 angefertigt.

Zum Schluß ist es mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. E. Wiedemann, sowie Herrn Professor Dr. Rud. Reiger für die bei der Arbeit mir zuteil gewordenen Anregung und Förderung meinen tiefgefühltesten Dank auszusprechen. In gleicher Weise danke ich Herrn Dr. Paul Lampe für sein Interesse an der Arbeit.

Lebenslauf.

Ich, Hans Pauschmann, kath. Konfession, wurde am 30. Mai 1883 als Sohn des damaligen Postoffizials und jetzigen Postamtsdirektors Johann Pauschmann, und seiner verstorbenen Ehefrau, Franziska, geb. Köck in Landshut i. Ndb. geboren. Dort besuchte ich die Volksschule und das Gymnasium bis zur 7. Klasse. Das Reifezeugnis erlangte ich am Gymnasium zu Erlangen, wo ich 1903 die dortige Universität bezog, an der, sowie an der im W.S. 1905/06 besuchten technischen Hochschule in München ich mich dem Studium der Mathematik und Physik widmete. Im Jahre 1905 unterzog ich mich in München mit Erfolg dem ersten Abschnitt der Lehramtsprüfung für Mathematik und Physik, im Jahre 1908 bestand ich ebendort den zweiten Abschnitt. Vorlesungen hörte ich in Erlangen bei den Herren: Fischer, Fleischmann, Gordan, Heim, Hilb, Lenk, Noether, Pechuel-Lösche, Reiger, Schmidt, Wehnelt, Wiedemann, Zander. In München bei den Herren: v. Dyck, Fischer.